

მოხსენებაში წარმოგიდგენთ მრავლადწრფივი რობიო დე ფრანსიას ექსტრაპოლაციის თეორემას გრანდ ლეზეგის სივრცეებში. აგრეთვე განიხილება ჰარმონიული ანალიზის ზოგიერთი ოპერატორის ასახვის თვისებები.

რობიო დე ფრანსიას ექსტრაპოლაციის თეორემა ჰარმონიული ანალიზის ერთ-ერთი ძლიერი ინსტრუმენტია. რაც ნიშნავს, რომ თუ მოცემული T ოპერატორი შემოსაზღვრულია წონიან ლეზეგის სივრცეში $L_{\omega}^{p_0}$ რაიმე ფიქსირებული p_0 -სთვის და ყველა ω წონისთვის A_{p_0} კლასიდან, მაშინ T შემოსაზღვრულია ყველა სივრცეში L_{ω}^p სივრცეში, ყოველი p -თვის, $1 < p < \infty$ და ყოველი $\omega \in A_p$ წონისთვის. ექსტრაპოლაციის თეორიის პროგრესის შესახებ, როგორც კლასიკურ ლეზეგის სივრცეებში, ისე სხვადასხვა ფუნქციურ სივრცეებში, მოყვანილია მონოგრაფიაში: D. V. Cruz-Uribe, J. M. Martell, and C. Perez. *Weights, extrapolation and the theory of Rubio de Francia*.

ნაშრომში განხილულია წონიანი განზოგადებული გრანდ ლეზეგის $L_{\rho}^{p, \varphi(\cdot)}(G)$ სივრცეები ρ წონითი ფუნქციით G არეზე. ამ სივრცეში ნორმა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\|f\|_{L_{\rho}^{p, \varphi(\cdot)}(G)} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left(\frac{\varphi(\varepsilon)}{|G|} \int_G |f(x)|^{p-\varepsilon} \rho(x) dx \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}},$$

სადაც $\varphi(\cdot)$ არის არაკლებადი ზომადი ფუნქცია $(0, p-1)$ შუალედზე, ისეთი რომ $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 0$.

მოხსენების მნიშვნელოვანი შედეგი გახლავთ:

თეორემა. ვთქვათ, რომ $\mathcal{F}$ იყოს $\mathbb{R}^n$ -ზე განსაზღვრულ არაუარყოფით ფუნქციათა ერთობლიობა. დავუშვათ, მაჩვენებლები $\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_m)$, $1 \leq p_1, p_2, \dots, p_m \leq \infty$ არიან ისეთი, რომ მოცემული $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) \in A_{\vec{p}}$ -თვის სრულდება

$$\|f\|_{L_{\omega}^p(\mathbb{R}^n)} \leq C([\vec{\omega}]_{A_{\vec{p}}}) \prod_{i=1}^m \|f_i\|_{L_{\omega_i}^{p_i}(\mathbb{R}^n)}$$

უტოლობა ყოველი $(f, f_1, f_2, \dots, f_m) \in \mathcal{F}$, სადაც ასახვა: $\cdot \mapsto C(\cdot)$ არის არაკლებადი და ω

განისაზღვრება ტოლობით: $\omega = \prod_{j=1}^m \omega_j^{\frac{p}{p_j}}$. მაშინ ყოველი შემოსაზღვრული $G \subset \mathbb{R}^n$ განსაზღვრის არისთვის, ყოველი $\vec{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$, $1 \leq q_1, q_2, \dots, q_m \leq \infty$, მაჩვენებლისთვის, ყოველი $\vec{v} \in A_{\vec{q}}(\mathbb{R}^n)$ -სთვის და რაიმე $\varphi(\cdot) \in A^q$ -სთვის, სრულდება

$$\|f\|_{L_v^{q, \varphi(\cdot)}(G)} \leq C \|\vec{f}\|_{\mathcal{L} \prod_{i=1}^m \|f_i\|_{L_{v_i}^{q_i, \varphi(\cdot)}(G)}}$$

უტოლობა ყოველი $(f, f_1, f_2, \dots, f_m) \in \mathcal{F}$ -თვის, სადაც q და v განისაზღვრება, შესაბამისად,

$$\frac{1}{q} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{q_j}, \quad v = \prod_{j=1}^m v_j^{\frac{q}{q_j}}$$

ტოლობებით.