

მაგისტრატურაში მისაღები გამოცდის საკითხები:

ალგებრა, რიცხვთა თეორია, მათემატიკური ლოგიკა

- 1. სიმრავლეთა თეორიის ელემენტები.** (სიმრავლეები, მოქმედებები სიმრავლეებზე. სიმრავლეთა დეკარტული ნამრავლი. ბინარული მიმართებები და მათი სახეები. ექვივალენტობის მიმართება და მისი კავშირი სიმრავლის კლასებად დაყოფასთან. ფაქტორ სიმრავლე. თვლადი და არათვლადი სიმრავლეები. სიმრავლის სიმძლავრე. კარდინალურ რიცხვთა არითმეტიკა. სავსებით დალაგებული სიმრავლეები. ტრანსფინიტიური ინდუქცია. რიგითი რიცხვები [1], [6], [8]).
- 2. ძირითადი ალგებრული სტრუქტურები.** (ნახევარჯგუფი, ჯგუფი, რგოლი, ველი და მათი ძირითადი თვისებები. ალგებრულ სტრუქტურათა ჰომომორფიზმი და იზომორფიზმი. ციკლური ჯგუფები. ჯგუფის მოსაზღვრე კლასები ქვეჯგუფთა მიმართ. ინდექსი. ლაგრანჟის თეორემა. ჯგუფის ნორმალური გამყოფი. რგოლის იდეალი. ფაქტორ-ჯგუფი და ფაქტორ-რგოლი. ჰომომორფიზმის თეორემა ჯგუფებში და რგოლებში. მთელობის არე. მთავარ იდეალთა რგოლი. ფაქტორიალური რგოლი. ევკლიდეს რგოლები [1], [2], [3], [4]).
- 3. კომპლექსური რიცხვები.** (ველის კომპლექსური გაფართოება, მისი არსებობა და ერთადერთობა. კომპლექსურ რიცხვთა ველი. კომპლექსური რიცხვები. მოქმედებები კომპლექსურ რიცხვებზე და მათი თვისებები. კომპლექსური რიცხვების გეომეტრიული წარმოდგენა. კომპლექსური რიცხვის ტრიგონომეტრიული ფორმა. მუავრის ფორმულა. n-ური ხარისხის ფესვი კომპლექსური რიცხვიდან. n-ური ხარისხის ფესვი ერთიდან. პირველადი ფესვი [1], [2], [3], [4]).
- 4. წრფივ განტოლებათა სისტემები, მატრიცები და დეტერმინანტები.** (მატრიცები, მატრიცათა სახეები, მოქმედებები მატრიცებზე. კვადრატული მატრიცის დეტერმინანტი და მისი ძირითადი თვისებები. კვადრატულ მატრიცთა რგოლი. მატრიცის რანგი. შებრუნებული მატრიცა და მისი არსებობის პირობა. წრფივ განტოლებათა სისტემის თავსებადობა. კრამერის ფორმულები. ერთგვაროვან წრფივ განტოლებათა სისტემის ფუნდამენტურ ამონახსნთა სისტემა. კავშირი ერთგვაროვან და არაერთგვაროვან სისტემებს შორის [1], [2], [3], [4]).
- 5. ვექტორული სივრცეები და მათი წრფივი გარდაქმნები.** (ვექტორული სივრცე, ქვესივრცე. ვექტორთა წრფივად დამოკიდებულება და დამოუკიდებლობა. ვექტორთა სისტემის ბაზისი, რანგი და ვექტორული სივრცის განზომილება. ვექტორულ სივრცეთა იზომორფიზმი. წრფივი ასახვები და წრფივი ოპერატორები. წრფივი ოპერატორის ბირთვი, სახე, დეფექტი და რანგი. წრფივი ოპერატორის შესაბამისი მატრიცა. მსგავსი მატრიცები და მათი კავშირი წრფივ ოპერატორებთან. წრფივი ოპერატორის საკუთარი ვექტორები და საკუთარი მნიშვნელობები, მათი კავშირი მატრიცის საკუთარ ვექტორებთან და საკუთარ მნიშვნელობებთან [1], [2], [3], [4]).
- 6. მრავალწევრთა რგოლი.** (ერთგვლადიან მრავალწევრთა რგოლი, მისი არსებობა და ერთადერთობა. მრავალწევრის ფესვი. ბეზუს თეორემა. მრავალწევრთა დაყვანადობა. მრავალწევრის ჯერადი ფესვები. მრავალწევრის წარმოებული და მისი კავშირი ფესვის ჯერადობასთან. ალგებრის ძირითადი თეორემა. ვიეტის ფორმულები. მრავალწევრები ფაქტორიალურ რგოლებზე. მრავალწევრები კომპლექსურ რიცხვთა ველზე. კომპლექსურ რიცხვთა ველის ალგებრულად ჩაკეტილობა. რაციონალურ კოეფიციენტებიანი მრავალწევრები. მრავალგვლადიან მრავალწევრთა რგოლი. სიმეტრიული მრავალწევრები. მრავალწევრთა რეზულტანტი [1], [2], [3], [4]).
- 7. მათემატიკური ლოგიკის ელემენტები.** (ბულის ალგებრა. გამოთქმათა ალგებრის ფუნქციები (ბულის ფუნქციები). გამოთქმათა ალგებრის ფუნქციის წარმოდგენა გამოთქმათა ალგებრის ფორმულის სახით. ორადობის კანონი. გამოთქმათა აღრიცხვის აქსიომათა სისტემა. ლოგიკის ზოგიერთი კანონი. დედუქციის თეორემა. პრედიკატის ცნება. ლოგიკური ოპერაციები პრედიკატებზე. ქვანტორული ოპერაციები. პრედიკატთა ლოგიკის ფორმულის წინარე ნორმალური ფორმა. პირველი რიგის თეორიის აქსიომები. გიოდელის თეორემა სისრულის შესახებ. ამოხსნადი და ჩამოთვლადი სიმრავლეები. პოსტის თეორემა. რეკურსიული ფუნქციები [5], [7], [10]).
- 8. რიცხვთა თეორიის ელემენტები.** (რიცხვითი ფუნქციები. მულტიპლიკაციური ფუნქციები. რიცხვითი შედარებები და მისი ძირითადი თვისებები. m-ის მოდულით ნაშთთა კლასების რგოლი და ველი. ეილერის ფუნქცია. ეილერისა და ფერმას თეორემები. ერთუცნობიანი შედარებები. ვილსონის თეორემა. რიცხვის რიგი. პირველადი ფესვები და ინდექსი მარტივი მოდულით. ორწევრა შედარება. ლეჟანდრისა და იაკობის სიმბოლოები [1], [9]).

მათემატიკური ანალიზი-ალბათობის თეორია

მათემატიკური ანალიზი

1. რიცხვითი მიმდევრობა. მიმდევრობის ზღვარი. კრებად მიმდევრობათა თვისებები (ზღვრის ერთადერთობა, შემოსაზღვრულობა). არითმეტიკული ოპერაციები რიცხვით მიმდევრობებზე და ზღვრული გადასვლები („ორი პოლიციელის“ თეორემა). ფუნდამენტური მიმდევრობა, მიმდევრობის კრებადობის კოშის კრიტერიუმი. მონოტონური მიმდევრობები და მათი კრებადობა.
2. რიცხვითი მწკრივი. რიცხვითი მწკრივის კრებადობა, კრებადობის კოშის კრიტერიუმი. აბსოლუტური და პირობითი კრებადობა. მწკრივის კრებადობის შედარების, კოშის და დალამბერის ნიშნები.
3. ფუნქციის ზღვარი. ზღვარზე გადასვლა და არითმეტიკული ოპერაციები ზღვრებზე. ფუნქციის უწყვეტობა, წყვეტის წერტილთა კლასიფიკაცია. სეგმენტზე უწყვეტი ფუნქციის თვისებები. ვაიერშტრასის თეორემა. თეორემა შუალედური მნიშვნელობის შესახებ. თანაბარი უწყვეტობა. კანტორის თეორემა.
4. ფუნქციის წარმოებული და დიფერენციალი. წარმოებულის გეომეტრიული შინაარსი. არითმეტიკული ოპერაციები წარმოებულზე. ფუნქციათა კომპოზიციის წარმოებული. შექცეული ფუნქციის წარმოებული. ფუნქციის მაღალი რიგის წარმოებულები. დიფერენციალური აღრიცხვის ძირითადი (ფერმას, როლის, ლაგრანჟის და კოშის) თეორემები.
5. ფუნქციის პირველადი. განუსაზღვრელი ინტეგრალი და მისი თვისებები. ცვლადთა გარდაქმნა და ნაწილობითი ინტეგრება. განსაზღვრული ინტეგრალი. რიმანის აზრით ფუნქციის ინტეგრებადობის აუცილებელი პირობა. სეგმენტზე უწყვეტი ფუნქციის ინტეგრებადობა. საშუალო მნიშვნელობის პირველი თეორემა. ნიუტონ-ლაიბნიცის ფორმულა. არასაკუთრივი ინტეგრალი, მისი კრებადობა და განშლადობა. ([11], [12], [18])

ფუნქციათა თეორია

6. მეტრიკული სივრცე. მეტრიკული სივრცის სისრულე. სრული და არასრული სივრცის მაგალითები. თეორემა მეტრიკული სივრცის გასრულების შესახებ. ნორმირებული სივრცე და მისი მაგალითები. ევკლიდური სივრცე, სკალარული ნამრავლი. კოში-ბუნიაკოვსკის უტოლობა. ჰილბერტის სივრცე.
7. ელემენტარული სიმრავლის ზომა. ბრტყელი სიმრავლის ლებეგის ზომა. ზომად სიმრავლეთა ძირითადი თვისებები. ზომის ადიციურობა და σ -ადიციურობა.
8. ზომადი ფუნქციები. ზომად ფუნქციათა ძირითადი თვისებები. მოქმედებები ზომად ფუნქციებზე.
9. მარტივი ფუნქცია. ლებეგის ინტეგრალი სასრული ზომის სიმრავლეზე. ლებეგის ინტეგრალის σ -ადიციურობა და აბსოლუტურად უწყვეტობა. ზღვარზე გადასვლა ლებეგის ინტეგრალის ნიშნის ქვეშ. ([13],[14],[15],[16])

დიფერენციალური განტოლებები

10. პირველი რიგის არაწრფივი განტოლების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ. განტოლება ერთგვაროვანი ფუნქციით. პირველი რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლება. კოშის თეორემა n რიგის წრფივი მუდმივკოეფიციენტებიანი ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი განტოლებების ზოგადი ამონახსნი. მუდმივთა ვარიაციის მეთოდი. წრფივ განტოლებათა ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი სისტემები და მათი ზოგადი ამონახსნი. ([17],[18],[19])

ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა

11. ალბათური სივრცე. ზომადი სივრცისა და ალბათობის ვნებები. პირობითი ალბათობა. ხდომილებათა დამოუკიდებლობა. შემთხვევითი სიდიდე. განაწილების კანონი. განაწილების ფუნქცია. განაწილების სიმკვრივე. შემთხვევითი სიდიდის რიცხვითი მახასიათებლები; მათემატიკური ლოდინი: მათემატიკური ლოდინი, დისპერსია. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდეები (ბინომური, პუასონი, გეომეტრიული, ჰიპერგეომეტრიული) და მათი მახასიათებლები. უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდეები და მათი მახასიათებლები.
12. მათემატიკური სტატისტიკის ძირითადი ცნებები: გენერალური ერთობლიობა, შერჩევა, შერჩევითი საშუალო და დისპერსია, ემპირიული განაწილების ფუნქცია. წერტილოვანი შეფასებები, მაქსიმალური დასაჯერობის მეთოდი, მომენტთა მეთოდი. ([20],[21],[22])

ტოპოლოგია

1. ტოპოლოგიურ სივრცეთა ღია და ჩაკეტილი სიმრავლეები. სივრცის ბაზისი. სივრცის მახასიათებელი.
2. ჩაკეტვის ოპერატორი, ბირთვის ოპერატორი და მათი თვისებები.
3. სიმრავლეზე ტოპოლოგიური სტრუქტურების შემოტანის მეთოდები.
4. ტოპოლოგიურ სივრცეთა უწყვეტი ასახვები. ჰომეომორფიზმი, ტოპოლოგიური ტიპი.
5. სიმრავლის საზღვარი და თვისებები. ტოპოლოგიური სივრცის სიმკვრივე. სიმკვრივე და უწყვეტი ასახვები.
6. ტოპოლოგიურ სივრცეთა ქვესივრცეები, ჯამები და მათი თვისებები.
7. ტოპოლოგიურ სივრცეთა ნამრავლი. ფაქტორ-სივრცე. ტოპოლოგიურ სივრცეთა T_0, T_1, T_2 სივრცეთა კლასები და მათი თვისებები.
8. რეგულარული სივრცეები, ნორმალური სივრცეები და მათი თვისებები.
9. კომპაქტური ტოპოლოგიური სივრცეები და მათი თვისებები.
10. ლოკალურად კომპაქტური სივრცეები და მათი თვისებები.
11. სივრცეთა კომპაქტიფიკაციები. დალაგების მიმართება სივრცის კომპაქტიფიკაციათა სიმრავლეზე.
12. სტოუნ-ჩეხის კომპაქტიფიკაცია. ერთ წერტილიანი კომპაქტიფიკაცია.
13. მეტრიკული სივრცეები. მეტრიზებადი სივრცეები. კრებადობა მეტრიკულ სივრცეში.
14. ზმული და წრფივად ზმული სივრცეები და მათი თვისებები.
15. ჰომოტოპიური ასახვები. უწყვეტი ასახვების ჰომოტოპიურობის კლასები. სივრცის ჰომოტოპიური ტიპი.
16. წერტილთა დამოუკიდებელი სისტემა. ბარიცენტრული კორდინატები. ღია კომპლექსი. ჩაკეტილი კომპლექსი. სიმპლექსის წახნაგი.
17. სასრული გეომეტრიული კომპლექსი. ორიენტირებული კომპლექსი. სასრული გეომეტრიული კომპლექსის ჰომოლოგიის და კოჰომოლოგიის ჯგუფები.
18. კურატოვსკი-ვოიდისლავსკის თეორემა მეტრიკულ სივრცეთა შესახებ. რეტრაქტი. მიდამოებრივი რეტრაქტი. ბრაუერის თეორემა უძრავი წერტილის არსებობის შესახებ.
19. სივრცეთა სუსტად მემკვიდრეობითი კლასები. აბსოლუტური (მიდამოებრივი) რეტრაქტი. აბსოლუტური რეტრაქტები და აბსოლუტური მიდამოებრივი რეტრაქტები მეტრიკულ სივრცეთა კლასის მიმართ.
20. მეტრიკულ სივრცეთა კლასის მიმართ აბსოლუტური მიდამოებრივი რეტრაქტების თვისებები
21. ჰომოტოპიის გავრცელების თვისება. ბორსუკის თეორემა ჰომოტოპიის გავრცელების შესახებ.

ანალიზური გეომეტრია

1. დეკარტის მართკუთხა კორდინატთა სისტემა. პოლარული მართკუთხა კორდინატთა სისტემა. ცილინდრული კორდინატთა სისტემა. სფერული კორდინატთა სისტემა.
2. წრფივი სივრცე. ვექტორთა წრფივად დამოკიდებული და დამოუკიდებელი სისტემები.
3. ვექტორი. ოპერაციები ვექტორებზე. ვექტორის გეგმილი ღერძზე. აფინური კორდინატები.
4. ვექტორთა სკალარული ნამრავლი და თვისებები.
5. ვექტორთა ვექტორული ნამრავლი.
6. ვექტორთა შერეული ნამრავლი.
7. წრფე. წრფის ზოგადი განტოლება. წრფის ნორმალური ვექტორი. წრფეთა განტოლებების ნაირსახეობანი.
8. სიბრტყე. სიბრტყის ნორმალური ვექტორი. სიბრტყეთა განტოლებების ნაირსახეობანი.
9. ელიფსი. მისი გრაფიკი და თვისებები.
10. პარაბოლა. მისი გრაფიკი და განტოლება.
11. ჰიპერბოლა, მისი გრაფიკი და განტოლება.
12. მეორე რიგის წირები
13. მეორე რიგის ზედაპირები

დიფერენციალური გეომეტრია

1. კოორდინატთა მრუდწირული სისტემები. დეკარტული და მრუდწირული კოორდინატები.
2. რიმანის მეტრიკის ცნება.
3. კვადრატული ფორმები.
4. ორგანოზომილებიან ზედაპირთა გაუსის სიმრუდე.
5. ფუნქციონალის ცნება.
6. ეილერის განტოლება.
7. ვარიაციული აღრიცხვის ელემენტები, სიმპლექტიკური გეომეტრიის ელემენტები.
8. სიმპლექტიკური სტრუქტურა მრავალწირობაზე.
9. სტოქსის ფორმულა.
10. ჰიპერზედაპირის გაუსის ასახვა.
11. პირველი და მეორე კვადრატული ფორმები.

ლიტერატურა

1. ი. დიასამიძე - ალგებრა და რიცხვთა თეორია (ნაწილი II). ბათუმი, 2011.
2. მ. ამალაბელი, ვ. მაზუროვი - ალგებრის კურსი (ნაწილი I). თბილისი, 2009.
3. გ. ლომაძე - ლექციები უმაღლეს ალგებრაში. თბილისი, 2006.
4. ა. გ. კუროში - უმაღლესი ალგებრის კურსი.
5. ნ. ნუცუბიძე, თ. ბოკელავაძე - მათემატიკური ლოგიკის ელემენტები (ნაწილი I). ქუთაისი. 2010.
6. Charles C. Pinter - Set Theory. Dover Publications, INC. Mineola, New York. 2014.
7. E. Mendelson - Introduction to Mathematical Logic. London. 1997.
8. К. Куратовский, А. Мостовский - Теория Множеств. Москва, 1970.
9. И. М. Виноградов - Основы теории чисел. Москва, 1972.
10. Л.М. Лихтарников, Т.Г. Сукачева - Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. Санкт-Петербург, 1999.
11. ვლ. ჭელიძე. ე. წითლანაძე. მათემატიკური ანალიზის კურსი, ტ.1 .თბილისი. 1975
12. T.M. Apostol. Mathematical Analysis. Addison Wesley. 1981
13. ვლ. ჭელიძე. ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორია. თბილისი. 1964.
14. A.N.Kolmogorov, S.V.Fomin. Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis. Metric and Normed Spaces. vol. I , GRAYLOCK PRESS. 1957.
15. A.N.Kolmogorov, S.V.Fomin. Measure, Lebesgue Integrals, and Hilbert Space. USA, 1962.
16. В.А. Зорич. Математический анализ, часть I. изд. «Наука», М., 1981
17. გ. ხაჯალია. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებები. თბილისი. 1961.
18. ნ. დურგლიშვილი, ა. ბუაძე, მ. იოსავა, ო. მელაძე, ლ. სიგუა. უმაღლესი მათემატიკის ამოცანათა კრებული, თბილისი, 1989.
19. E. Coddington, N. Levinson. Theory of ordinary differential equations. New York. 1972.
20. ე. ნადარია, მ. ფაცაცია, რ. აფსავა. ალბათობის თეორია. თბილისი, 2017.
21. ო. ფურთუხია. ალბათობა და სტატისტიკა მაგალითებსა და ამოცანებში. თსუ. 2011.
22. JOHN HAIGH. PROBABILITY MODELS. Springer, 2005.
23. ვ. ბალაძე. ტოპოლოგია, ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი. 2016.
24. გეომეტრია და ტოპოლოგია, რეტრაქტების თეორია, შეიპების თეორია. (სალექციო კურსი)
25. R. Engelking. General Topology, Heldermann Verlag, Berlin. 1989.
26. K. Borsuk, Theory of Retracts, Polish Scientific Publishers, Warszawa (1967).
27. S-T. HU. THEORY OF RETRACTS. WAYNE STATE UNIV. PRESS. DETROIT. 1965
28. Eilenberg S. and N. Steenrod. Foundations of Algebraic Topology. Princeton Univ. Press, 1952.
29. E. H. Spanier, Algebraic Topology. 3rd Edition. 1981

30. GLEN E. BREDON. TOPOLOGY AND GEOMETRY, SPINGER-VERLAG NEW YORK. 1993.
31. S-T Hu, Homotopy Theory (German). 1959
32. S.P. Novikov, A.T. Fomenko, Basic Elements of Differential Geometry and Topology. Springer, 1990.
33. M. W. Hirsch, Differential Topology. Springer –Verlag, 1996.

